

PHỤC HỒI ĐỊNH LÝ GOLDSTONE CHO
MÔ HÌNH HAI LƯỜNG TUYẾN HIGGS

Đặng Thị Minh Huệ¹, Vũ Kim Thái²

Tóm tắt: Bài báo này vận dụng phương pháp luận Cornwall–Jackiw–Tomboulis cho mô hình hai lưỡng tuyến Higgs ở gần đúng hai loop, đã tìm được điều kiện giới hạn căn chỉnh cho mô hình. Hơn nữa, kết quả nghiên cứu cho thấy khi hiệu chỉnh hợp lý thế hiệu dụng của mô hình thì một định lý Goldstone được nghiệm đúng.

Từ khoá: Cornwall–Jackiw–Tomboulis (CJT), mô hình chuẩn (SM), mô hình hai lưỡng tuyến Higgs - (2HDM), mô hình hai lưỡng tuyến Higgs căn chỉnh (A2HDM), đối xứng chẵn lẻ (CP).

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Những năm gần đây, đã có nhiều nghiên cứu cả về lý thuyết lẫn thực nghiệm về các tính chất vật lý, trạng thái cũng như pha tồn tại của các hạt Higgs theo các mô hình đa Higgs, đặc biệt là sử dụng mô hình hai lưỡng tuyến Higgs (2HDM). Tuy nhiên, chưa có nghiên cứu nào ở nước ngoài về các hạt Higgs bằng cách sử dụng phương pháp luận Cornwall–Jackiw–Tomboulis (CJT) (Cornwall, J. M., Jackiw, R. and Tomboulis, 1974). Ở trong nước, các nghiên cứu trong nước về mảng này rất ít, chỉ có nhóm nghiên cứu của PGS.TS Nguyễn Tuấn Anh (Dinh Thanh Tam et al., 2023) là sử dụng phương pháp thế hiệu dụng CJT để nghiên cứu chuyển pha trong hệ đa Higgs. Đặc biệt là vẫn chưa có nghiên cứu nào tính đến sự bảo toàn định lý Goldstone cho mô hình đa Higgs cả trong và ngoài nước.

Trên thực tế, hầu hết các lý thuyết vật lý được xây dựng dựa trên các nguyên lý đối xứng. Tuy nhiên, có những đối xứng bị phá vỡ tự phát với ý nghĩa là Lagrangian vẫn bất biến đối với các phép biến đổi của nhóm đối xứng nhưng trạng thái chân không của hệ không còn bất biến dưới sự biến đổi của phép đối xứng đó. Sự phá vỡ đối xứng tự phát của hệ sinh ra các hạt vô hướng trung tính không khối lượng, gọi là hạt boson Goldstone. Số các hạt boson Goldstone được sinh ra tuân theo định lý

Goldstone: nếu đối xứng của hệ bị phá vỡ tự phát đối với nhóm đối xứng có số vi tử là n thì phải có n boson Goldstone được sinh ra (Đào Vọng Đức, Phù Chí Hòa, 2011). Do đó, các nghiên cứu trở nên đặc biệt thú vị khi định lý Goldstone được đưa vào khi xây dựng các lý thuyết biểu diễn trường Higgs. Theo đó, một trong những điều kiện quan trọng là lý thuyết đó phải đảm bảo được tính đối xứng của hệ và thoả mãn các định lý cơ bản trong đó có định lý Goldstone.

Trong lý thuyết trường lượng tử, định lý Goldstone luôn được bảo toàn đối với mọi mô hình mô tả hệ. Tuy nhiên, tùy vào cách tiếp cận của từng mô hình nghiên cứu, định lý này có thể bị vi phạm. Do đó, để mô tả hệ các hạt Higgs, cần có một mô hình lý thuyết và phương pháp nghiên cứu thích hợp đảm bảo cho định lý Goldstone được nghiệm đúng. Như vậy, vấn đề quan trọng và cấp thiết đặt ra là cần xây dựng được một mô hình lý thuyết đa Higgs đảm bảo mô tả được tất cả các đặc tính của trường Higgs, vừa phù hợp với thực nghiệm, đưa ra được các tiên đoán lý thuyết chính xác để giải thích đúng đắn các tín hiệu rất yếu thu được từ thực nghiệm của vật lý mới. Tức là, khi tính đến các hiệu chỉnh gần đúng bậc cao hơn của khai triển loop thì cực tiểu của thế nói chung đã thay đổi. Vì thế giá trị kỳ vọng chân không thực không còn tương ứng với mức cây, định lý Goldstone bị vi phạm. Do đó cần có phương pháp hiện đại phù hợp để tái chuẩn hóa lý thuyết.

¹ Khoa Điện – Điện tử, Trường Đại học Thủy lợi

² Khoa Khoa học ứng dụng, Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp

Trong phạm vi bài báo này, chúng tôi giới thiệu mô hình 2HDM căn chỉnh có tính đến định lý Goldstone dựa trên hình thức luận CJT.

2. GIỚI THIỆU

Sự phát hiện ra boson Higgs năm 2012 bằng máy va chạm hạt lớn (LHC) tại Trung tâm Nghiên cứu Hạt nhân Châu Âu (ALTA, 2012-2013) là một cột mốc quan trọng của vật lý hạt. Hạt boson này có thời gian sống cực ngắn và phân rã theo nhiều cách khác nhau, làm cho SM trở nên hoàn chỉnh trong việc mô tả thế giới vi mô cũng như sự tồn tại của vũ trụ.

Các nghiên cứu thực nghiệm tìm kiếm thêm các boson Higgs đã được thực hiện bởi sự hợp tác của A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS) và Compact Muon Solenoid (CMS). Nghiên cứu được thực hiện bởi sự cộng tác giữa các nhà khoa học sử dụng máy dò ATLAS và máy dò CMS của LHC đã phát hiện một hạt mới có khối lượng xấp xỉ 125 GeV, tương thích với boson Higgs chuẩn (ATLAS, 2018-2021, CMS, 2021). Boson Higgs không những có vai trò là một hạt cơ bản giải thích cho sự phá vỡ đối xứng tự phát và tạo ra khối lượng của vật chất, mà còn là yếu tố không thể thiếu để đảm bảo tính unita của tán xạ năng lượng cao giữa boson dọc W và boson chuẩn Z (ATLAS, 2012, CMS, 2018). Tính đối xứng chẵn lẻ (CP) của nó cũng đã được nghiên cứu, với kết quả là khả năng xảy ra trạng thái CP- lẻ thuần khiết đã hoàn toàn bị loại trừ (Syuhei Iguro et al., 2023). Quan sát trực tiếp đầu tiên về liên kết Yukawa của các hạt Higgs thu được nhờ sự hợp tác của ATLAS và CMS năm 2018; Việc quan sát kênh phân rã $h \rightarrow b\bar{b}$ cũng được thực hiện vào năm 2018 đã tạo nên một bước đột phá thực nghiệm. Cả ATLAS và CMS đã sử dụng dữ liệu thu được năm 2018 để nghiên cứu kênh $h \rightarrow \mu\bar{\mu}$, và do đó mở đầu cho việc khám phá về các liên kết với sự sinh fermion thứ cấp (CMS, A. M. Sirunyan et al., 2021). Nhìn chung cho đến nay, các kết quả thực nghiệm thu được liên quan đến boson Higgs đều tuân theo kỳ vọng của SM. Trên

thực tế, khi độ chính xác của thực nghiệm tăng lên, kết quả lại càng gần hơn với kết quả được xác định bởi SM. Hơn nữa, kết quả nghiên cứu cho thấy kể từ khi phát hiện ra hạt boson Higgs, có một điều rất rõ ràng là LHC vẫn chưa phát hiện được bất kỳ sai lệch đáng kể nào giữa các tính chất quan sát được của boson Higgs và các tiên đoán của SM. Dẫn đến, nếu sự khác biệt được phát hiện trong thời gian tới, chúng sẽ rất tinh vi.

Như vậy, nghiên cứu vật lý sử dụng SM đã đạt được nhiều thành tựu quan trọng, thành công trong việc giải thích các hiện tượng quan sát được của các hạt trong tự nhiên, đặc biệt là những vấn đề liên quan đến boson Higgs. Tuy nhiên, SM chưa thể là lý thuyết cuối cùng của vật lý hạt vì SM không thể chứa cả vật chất tối và khối lượng neutrino cũng như không có khả năng giải thích chính xác tính bất đối xứng baryon của vũ trụ. Gần đây, một phép đo mới về momen từ dị thường của Muon g-2 (ATLAS, G. Aad et al., 2021) vừa công bố cho thấy rằng thành phần vô hướng của trường Higgs không chỉ bị giới hạn bởi một lưỡng tuyến Higgs duy nhất như tiên đoán của SM. Theo mô hình chuẩn một lưỡng tuyến có thể chỉ gồm hai hạt ở cùng trạng thái lượng tử nhưng có spin đối song. Hơn nữa, mặc dù hạt vô hướng trung hòa quan sát được tại LHC tương thích với boson Higgs của SM, nhưng nó cũng có thể chỉ tương ứng với một trong số nhiều hạt của một tập hợp các hạt boson vô hướng. Do đó khả năng có nhiều lưỡng tuyến Higgs và một lưỡng tuyến có thể chứa nhiều boson Higgs là hoàn toàn khả dĩ và vô cùng thú vị. Lúc này mô hình tồn tại của các hạt Higgs phải thỏa mãn các tính đối xứng và các định lý bất biến của hệ nhiều hạt, trong đó có định lý Goldstone và phải phù hợp với SM.

Mô hình hai lưỡng tuyến Higgs (2HDM) là một trong những mô hình đa Higgs, ngoài SM đơn giản nhất. Mô hình này bao gồm hai lưỡng tuyến Higgs, thỏa mãn đối xứng $SU(2)_L$ và đối xứng Z_2 , được ký hiệu là Φ_1 và Φ_2 và cả hai đều mang siêu tích Y. Lagrangien của mô hình đơn giản nhất có dạng:

$$L = (\partial^\mu \Phi_1)^\dagger (\partial_\mu \Phi_1) + (\partial^\mu \Phi_2)^\dagger (\partial_\mu \Phi_2) - V, \quad (1)$$

trong đó V là thế vô hướng của mô hình, có biểu thức như sau:

$$V = m_1^2 \Phi_1^+ \Phi_1 + m_2^2 \Phi_2^+ \Phi_2 - m_{12}^2 (\Phi_1^+ \Phi_2 + \Phi_2^+ \Phi_1) + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi_1^+ \Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\Phi_2^+ \Phi_2)^2 - \lambda_3 (\Phi_1^+ \Phi_1) (\Phi_2^+ \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^+ \Phi_2) (\Phi_2^+ \Phi_1) + \frac{\lambda_5}{2} \left[(\Phi_1^+ \Phi_2)^2 + (\Phi_2^+ \Phi_1)^2 \right], \quad (2)$$

$$\text{với } \langle \Phi_1 \rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \end{pmatrix}, \langle \Phi_2 \rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

m_1, m_2 là khối lượng của hai lưỡng tuyến Higgs Φ_1 và Φ_2 gồm có hai loại hạt Higgs, λ_i ($i = 1; 2; 3; 4; 5$) là các hằng số liên kết giữa các thành phần lưỡng tuyến trong mô hình; m_{12} là thành phần đặc trưng cho tổ hợp của hai lưỡng tuyến tương tự như khối lượng tổ hợp của hai thành phần lưỡng tuyến, $u_1; u_2$ là các giá trị kỳ vọng chân không của hai lưỡng tuyến Higgs trong mô hình. Theo định lý Goldstone, phải xuất hiện 3 boson Goldstone trong mô hình này.

3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Ở bài báo này, chúng tôi sử dụng phương pháp Cornwall–Jackiw–Tomboulis (CJT) (.10..) để nghiên cứu lý thuyết về sự phục hồi định lý Goldstone cho 2HDM trong giới hạn căn chỉnh. Tức là áp dụng điều kiện căn chỉnh sao cho không có sự trộn lẫn giữa hai loại boson Higgs là h và H_0 và để cho 2HDM phù hợp với SM.

Trường hợp đơn giản nhất của mô hình 2HDM là mô hình hai lưỡng tuyến Higgs căn chỉnh (A2HDM) với trường hợp hai lưỡng tuyến Higgs có cùng siêu tích $Y = +1/2$, trong đó mỗi lưỡng tuyến có thể có nhiều hạt nhưng chỉ gồm hai loại

hạt Higgs: h là Higgs chuẩn có khối lượng xấp xỉ 125 GeV, hạt còn lại nặng hơn.

Để quá trình nghiên cứu trở nên thuận lợi và đơn giản hơn, chúng tôi đưa ra hai giả thiết chung cho thế năng vô hướng. Thứ nhất là CP được bảo toàn trong thành phần vô hướng, dẫn đến các hệ số là thực. Thứ hai là có một đối xứng Z_2 , cụ thể là: $\Phi_1 \rightarrow -\Phi_1$ hoặc $\Phi_2 \rightarrow -\Phi_2$, trong đó các số hạng bậc 4 trong Φ_1 hoặc là trong Φ_2 không phải là số lẻ. Lưu ý rằng đối xứng này có thể dễ dàng bị phá vỡ bởi các số hạng bậc 2. Phương pháp này rất ưu việt trong việc nghiên cứu các tính chất của hệ lưỡng tử, đặc biệt là trong nghiên cứu sự phá vỡ đối xứng. Tuy nhiên để xác định được tác dụng hiệu dụng, phải dùng một phép gần đúng nhất định. Do đó, tác giả sử dụng phương pháp thể hiệu dụng CJT trong gần đúng bong bóng kép: khai triển loop dừng ở gần đúng 2 vòng và tất cả các ma trận của các thành phần Higgs trong mô hình 2HDM phải được biến đổi để thành chéo hóa để phục hồi định lý Goldstone cho 2HDM.

4. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

4.1. Điều kiện căn chỉnh

Chúng tôi sử dụng phép dịch trường:

$$\Phi_1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_1 + i\eta_1 \\ \varsigma_1 + u_1 + i\chi_1 \end{pmatrix}, \Phi_2 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_2 + i\eta_2 \\ \varsigma_2 + u_2 + i\chi_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

với ρ, ς là các thành phần vô hướng thực và η, χ là các thành phần ảo của trường Higgs, thu được biểu thức của Lagrangien tương tác tạo khối lượng cho các boson Higgs trong mô hình như sau:

$$L_{\text{int-mass}} = - \left[\frac{m_{12}^2}{c_\beta s_\beta} \left(- \frac{(\lambda_4 + \lambda_5) u^2}{2} \right) \right] (G^{-1} H^{-1}) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} - \frac{1}{2} (h H_0) \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ H_0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{m_{12}^2}{c_\beta s_\beta} - \lambda_5 u^2 \right) (G_0 A) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_0 \\ A \end{pmatrix}.$$

trong đó

$$M_{11} = \lambda_4 c_\beta^4 + \lambda_2 s_\beta^4 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) c_\beta^2 s_\beta^2, M_{12} = -c_\beta s_\beta \left[\lambda_4 c_\beta^2 - \lambda_2 s_\beta^2 - (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) (c_\beta^2 - s_\beta^2) \right], \quad (6)$$

$$M_{21} = -c_\beta s_\beta \left[\lambda_2 c_\beta^2 - \lambda_4 s_\beta^2 - (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) (s_\beta^2 - c_\beta^2) \right], M_{22} = \frac{m_{12}^2}{c_\beta s_\beta} + \left[\lambda_1 + \lambda_2 - 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \right] u^2 c_\beta^2 s_\beta^2.$$

Để tránh xảy ra sự trộn lẫn của $h - H_0$ theo mô hình chuẩn thì ma trận 2×2 ở biểu thức (5) phải biến mất, tức là điều kiện sau đây phải được thỏa mãn:

$$\lambda_1 c_\beta^2 - \lambda_2 s_\beta^2 = (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)(c_\beta^2 - s_\beta^2). \quad (7)$$

Công thức (7) chính là điều kiện căn chỉnh không tách rời của mô hình 2HDM ở mức cây.

Khi điều kiện này được thỏa mãn thì các liên kết cặp mức cây của hạt h với các hạt ở SM là hoàn toàn giống hệt như liên kết kết cặp của các boson Higgs ở SM.

Tiếp theo, ta tìm điều kiện căn chỉnh trong cơ sở Higgs bằng cách quay hai lưỡng tuyến Higgs Φ_1 và Φ_2 vào Higgs cơ sở:

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} \Phi_h \\ \Phi_H \end{pmatrix}, R_\beta = \begin{pmatrix} c_\beta & -s_\beta \\ s_\beta & c_\beta \end{pmatrix}, c_\beta = \cos \beta, s_\beta = \sin \beta \quad , \quad (8)$$

$$\text{nhận được : } \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} G_1 \\ H_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} G_2 \\ H_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} G_0 \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \varsigma_1 \\ \varsigma_2 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} h \\ H_0 \end{pmatrix} \quad , \quad (9)$$

$$\text{tương ứng với Higg cơ sở } \Phi_h \text{ và } \Phi_H: \Phi_h = \begin{pmatrix} G^+ \\ (h+u+iG_0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \Phi_H = \begin{pmatrix} H^+ \\ (H_0+iA)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\text{trong đó: } A \text{ là boson Higgs vi phạm phản lẻ của CP, } u = u_1^2 + u_2^2, u_1 = u \cos \beta; u_2 = u \sin \beta; \quad (11)$$

$$G_0, G^\pm \text{ là các boson Goldstone, } G^\pm = (G_1 \pm iG_2)/\sqrt{2}; H^\pm = (H_1 \pm iH_2)/\sqrt{2}. \quad (12)$$

Do đó, trong cơ sở Higgs, các số hạng của thế năng V ở (2) biến đổi thành

$$\begin{aligned} V = & \tilde{m}_1^2 \Phi_h^+ \Phi_h + \tilde{m}_2^2 \Phi_H^+ \Phi_H - \tilde{m}_{12}^2 (\Phi_h^+ \Phi_H + \Phi_H^+ \Phi_h) + \frac{\tilde{\lambda}_4}{2} (\Phi_h^+ \Phi_h)^2 + \frac{\tilde{\lambda}_2}{2} (\Phi_H^+ \Phi_H)^2 + \tilde{\lambda}_3 (\Phi_h^+ \Phi_h) (\Phi_H^+ \Phi_H) \\ & + \tilde{\lambda}_4 (\Phi_h^+ \Phi_H) (\Phi_H^+ \Phi_h) + \frac{\tilde{\lambda}_5}{2} [(\Phi_h^+ \Phi_H)^2 + (\Phi_H^+ \Phi_h)^2] + \tilde{\lambda}_6 (\Phi_h^+ \Phi_H) (\Phi_H^+ \Phi_h) \Phi_h^+ \Phi_h + \tilde{\lambda}_7 (\Phi_h^+ \Phi_H) (\Phi_H^+ \Phi_h) (\Phi_h^+ \Phi_h + \Phi_H^+ \Phi_H), \end{aligned} \quad (13)$$

với

$$\begin{aligned} \tilde{m}_1^2 &= m_1^2 c_\beta^2 + m_2^2 s_\beta^2 - 2m_{12}^2 s_\beta c_\beta, \tilde{m}_2^2 = m_1^2 s_\beta^2 + m_2^2 c_\beta^2 + 2m_{12}^2 s_\beta c_\beta, \\ \tilde{m}_{12}^2 &= (m_1^2 - m_2^2) s_\beta c_\beta + 2m_{12}^2 (c_\beta^2 - s_\beta^2), \tilde{\lambda}_1 = \lambda_1 c_\beta^4 + \lambda_2 s_\beta^4 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) s_\beta^2 c_\beta^2, \\ \tilde{\lambda}_2 &= \lambda_1 s_\beta^4 + \lambda_2 c_\beta^4 + 2(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) s_\beta^2 c_\beta^2, \tilde{\lambda}_3 = (\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_4 - 2\lambda_5) s_\beta^2 c_\beta^2 + \lambda_3 (c_\beta^4 + s_\beta^4), \\ \tilde{\lambda}_4 &= (\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3 - 2\lambda_5) s_\beta^2 c_\beta^2 + \lambda_4 (c_\beta^4 + s_\beta^4), \tilde{\lambda}_5 = (\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3 - 2\lambda_4) s_\beta^2 c_\beta^2 + \lambda_5 (c_\beta^4 + s_\beta^4), \\ \tilde{\lambda}_6 &= -(\lambda_1 c_\beta^2 - \lambda_2 s_\beta^2) s_\beta c_\beta + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) s_\beta c_\beta (c_\beta^4 - s_\beta^4), \\ \tilde{\lambda}_7 &= -(\lambda_1 s_\beta^2 - \lambda_2 c_\beta^2) s_\beta c_\beta + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) s_\beta c_\beta (s_\beta^4 - c_\beta^4). \end{aligned} \quad (14)$$

Lúc này V_0 và Lagrangien tương tác khối lượng lần lượt trở thành

$$V_0 = \frac{\tilde{m}_1^2}{2} u^2 + \frac{\tilde{\lambda}_1}{8} u^4, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} L_{\text{int-mass}} = & -\frac{1}{2} \left[\tilde{m}_1^2 + \frac{\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} \right] (2G^+ G^- + G_0^2) - \frac{1}{2} \left[\tilde{m}_2^2 + \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} + \frac{\tilde{\lambda}_4 u^2}{2} - \frac{\tilde{\lambda}_5 u^2}{2} \right] A^2 \\ & - \frac{1}{2} \left[\tilde{m}_2^2 + \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} \right] (H^+ H^-) - \frac{1}{2} \left[\tilde{m}_1^2 + \frac{3\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} \right] h^2 - \frac{1}{2} \left[\tilde{m}_2^2 + \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} + \frac{\tilde{\lambda}_4 u^2}{2} + \frac{\tilde{\lambda}_5 u^2}{2} \right] H_0^2 \\ & - \left[-\tilde{m}_{12}^2 + \frac{\tilde{\lambda}_6 u^2}{2} \right] (G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_0 A) - \left[-\tilde{m}_{12}^2 + \frac{3\tilde{\lambda}_6 u^2}{2} \right] h H_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Biểu thức (16) cho thấy, để không xảy ra sự trộn lẫn của $h - H_0$ trong cơ sở Higgs thì $\tilde{m}_{12} = 0 \rightarrow \lambda_6 = 0$. (17)

Biểu thức (17) chính là điều kiện căn chỉnh trong cơ sở Higgs của 2HDM với giới hạn chọn hai loại boson Higgs sao cho $m_h < m_{H_0}$.

4.2. Phục hồi định lý Goldstone

Dựa vào phương pháp luận CJT và thực hiện các bước tương tự (Dinh Thanh Tam et al., 2023) thu được biểu thức của thế hiệu dụng CJT ở nhiệt độ hữu hạn cho A2HDM dừng ở khai triển 2 loop như sau:

$$\begin{aligned}
V^{CJT} = & V_0 + \int_T tr \left\{ \ln D_c^{-1}(k) + \frac{1}{2} \ln D_a^{-1}(k) \right\} + \int_T tr \left\{ \frac{1}{2} \ln D_h^{-1}(k) \right\} + \int_T tr \left\{ \frac{1}{2} D_{0h}^{-1}(k; u) D_h(k) - 211 \right\} \\
& + \int_T tr \left\{ D_{0c}^{-1}(k; u) D_c(k) + \frac{1}{2} D_{0a}^{-1}(k; u) D_a(k) \right\} + \frac{\tilde{\lambda}_4}{8} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11})^2 + \frac{\tilde{\lambda}_2}{8} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22})^2 \\
& + \frac{\tilde{\lambda}_3}{4} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11})(2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_4}{4} [(P_{a11} + P_{h11})(P_{a22} + P_{h22}) + 2P_{c11}P_{c22}] \\
& + \frac{\tilde{\lambda}_5}{4} (P_{a11} - P_{h11})(P_{a22} - P_{h22}),
\end{aligned} \tag{18}$$

trong đó

$$P_{\alpha ij} = \int_T iD_{\alpha ij}(k), \alpha = c, a, h; i, j = 1, 2 \quad \int_{\beta} f(k) = T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} f(\omega_n, \vec{k}), \omega_n = 2\pi nT. \tag{19}$$

và các nghịch đảo của hàm truyền ở gần đúng mức cây trong không gian xung lượng có biểu thức:

$$iD_{0c}^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} \end{pmatrix}, \tag{20}$$

$$iD_{0a}^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 - \tilde{\lambda}_5}{2} u^2 \end{pmatrix}, \tag{21}$$

$$iD_{0h}^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{3\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5}{2} u^2 \end{pmatrix} \tag{22}$$

Lấy vết của các ma trận ở (20)-(22) nhận được biểu thức năng lượng của các mode Goldstone trong hệ:

$$\begin{aligned}
E_1 = & \pm \sqrt{\left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} \right) \left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} \right)}, \\
E_2 = & \pm \sqrt{\left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} \right) \left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 - \tilde{\lambda}_5}{2} u^2 \right)}, \\
E_3 = & \pm \sqrt{\left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_1^2 - \frac{3\tilde{\lambda}_1 u^2}{2} \right) \left(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{m}_2^2 - \frac{\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5}{2} u^2 \right)}.
\end{aligned} \tag{23}$$

Rõ ràng kết quả thu được ở (23) cho thấy không phải chỉ có 3 boson Goldstone trong hệ hay định lý Goldstone bị vi phạm. Do đó, để phục hồi định lý Goldstone, sau

đây chúng tôi Goldstone hoá thể hiệu dụng CJT (18) bằng cách thêm vào một lượng ΔV^{CJT} có biểu thức:

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{CJT} = V^{CJT} + \Delta V^{CJT}, \Delta V^{CJT} = & x\tilde{\lambda}_1(2P_{c11} + P_{a11})P_{h11} + y_1\tilde{\lambda}_4P_{c11}(P_{a22} + P_{h22}) \\ & + 2y_2\tilde{\lambda}_4P_{c11}P_{c22} + z_1\tilde{\lambda}_5(P_{a11} - P_{h11})(P_{a22} - P_{h22}) + z_2\tilde{\lambda}_5P_{c11}(P_{a22} - P_{h22}) \end{aligned} \quad (24)$$

Vì vậy, để thỏa mãn định lý Goldstone thì các đại lượng x, y, z ở (24) phải có giá trị:

$$x = y_1 = 1/2, y_2 = z_1 = z_2 = -1/2. \quad (25)$$

Dẫn đến thể hiệu dụng sau khi được Goldstone hóa có biểu thức như sau:

$$\begin{aligned} V^{CJT} = & V_0 + \int_T tr \left\{ \ln D_c^{-1} + \frac{1}{2} \ln D_a^{-1} + \frac{1}{2} \ln D_h^{-1} \right\} + \int_T tr \left\{ D_{0c}^{-1} D_c + \frac{1}{2} D_{0a}^{-1} D_a + \frac{1}{2} D_{0h}^{-1} D_h(k) - 211 \right\} \\ & + \frac{\tilde{\lambda}_1}{8} \left[(2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11})^2 + 4(2P_{c11} + P_{a11})P_{h11} \right] + \frac{\tilde{\lambda}_2}{8} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22})^2 \\ & + \frac{\tilde{\lambda}_3}{4} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11})(2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_4}{4} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11})(P_{a22} + P_{h22}) \\ & - \frac{\tilde{\lambda}_5}{4} (2P_{c11} + P_{a11} - P_{h11})(P_{a22} - P_{h22}), \end{aligned} \quad (26)$$

trong đó các hàm truyền nghịch đảo ở mức cây trong không gian xung lượng bây giờ có biểu thức là

$$iD_c^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{c1}^2 & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{c2}^2 \end{pmatrix}, \quad iD_a^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{a1}^2 & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{a2}^2 \end{pmatrix}, \quad iD_h^{-1}(k, u_i) = \begin{pmatrix} \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{h1}^2 & 0 \\ 0 & \omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{h2}^2 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

$$\tilde{M}_{c1}^2 = 0, \tilde{M}_{c2}^2 = \tilde{m}_2^2 + \frac{\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} + \sum_{c2}^{\square}, \tilde{M}_{a1}^2 = 0, \tilde{M}_{a2}^2 = \tilde{m}_2^2 + \frac{(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 - \tilde{\lambda}_5) u^2}{2} + \sum_{a2}^{\square}, \quad (28)$$

$$\text{với} \quad \tilde{M}_{h1}^2 = \tilde{m}_1^2 + \frac{3\tilde{\lambda}_3 u^2}{2} + \sum_{h1}^{\square}, \tilde{M}_{h2}^2 = \tilde{m}_2^2 + \frac{(\tilde{\lambda}_3 + \tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5) u^2}{2} + \sum_{h2}^{\square}.$$

$$\begin{aligned} \sum_{c2}^{\square} &= \frac{\tilde{\lambda}_2}{2} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_3}{2} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11}), \\ \sum_{a2}^{\square} &= \frac{\tilde{\lambda}_2}{2} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_{34}}{2} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11}) - \frac{\tilde{\lambda}_5}{2} (2P_{c11} + P_{a11} - P_{h11}), \\ \sum_{h1}^{\square} &= \frac{\tilde{\lambda}_1}{2} (6P_{c11} + 3P_{a11} + P_{h11}) + \frac{\tilde{\lambda}_3}{2} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_4}{2} (P_{a22} + P_{h22}), \\ \sum_{h2}^{\square} &= \frac{\tilde{\lambda}_2}{2} (2P_{c22} + P_{a22} + P_{h22}) + \frac{\tilde{\lambda}_{34}}{2} (2P_{c11} + P_{a11} + P_{h11}) + \frac{\tilde{\lambda}_5}{2} (2P_{c11} + P_{a11} - P_{h11}). \end{aligned} \quad (29)$$

Lúc này, lấy vết của biểu thức (27) kết hợp với (28), (29) thu được biểu thức năng lượng của các boson Goldstone là

$$\begin{aligned} E_1 &= \sqrt{(\omega^2 - \vec{k}^2)(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{c2}^2)}, \\ E_2 &= \sqrt{(\omega^2 - \vec{k}^2)(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{a2}^2)}, \\ E_3 &= \sqrt{(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{h1}^2)(\omega^2 - \vec{k}^2 - \tilde{M}_{h2}^2)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Biểu thức (30) cho thấy, sau khi thể hiệu dụng được Goldstone hóa thì trong mô hình tồn tại 3 boson Goldstone không khối lượng, tức là định lý Goldstone đã được phục hồi hay định lý này được bảo toàn trong A2HDM.

5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu mô hình hai lưỡng tuyến Higgs căn chỉnh bằng phương pháp thể hiệu dụng CJT ở nhiệt độ hữu hạn dừng ở khai triển hai vòng, tác giả thu được các kết quả chính như sau:

1. Tìm được điều kiện giới hạn căn chỉnh cho mô hình.
2. Xây dựng thành công thể hiệu dụng CJT cho mô hình hai lưỡng tuyến Higgs căn chỉnh, bảo toàn định lý Goldstone, phù hợp mô hình chuẩn. Đây là kết quả mới của bài báo.

Từ kết quả thu được của bài báo này, một lần nữa chúng ta thấy rằng phương pháp tác dụng hiệu dụng CJT thực sự ưu việt, hữu ích cho các nghiên cứu mô hình lý thuyết của vật lý, mang lại kết quả phù hợp với thực nghiệm, đưa ra các dự đoán đáng tin cậy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Đào Vọng Đức, Phù Chí Hòa (2011), Bài giảng lý thuyết hạt cơ bản, Nhà xuất bản khoa học và kỹ thuật.
- ATLAS collaboration (2012), *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Phys. Lett. B 716.
- ATLAS, G. Aad et al. (2013), *Beyond Standard Model Higgs boson searches at a High-Luminosity LHC with ATLAS*, Phys. Lett. B 726, 120 [1307.1432].
- ATLAS, M. Aaboud et al. (2018), *Observation of Higgs boson production in association with a top quark pair at the LHC with the ATLAS detector*, Phys. Lett. B 784, 173, [1806.00425].
- ATLAS Collaboration, Ljiljana Morvaj*(2020), *Searches for BSM Higgs bosons in ATLAS*, PoS EPS-HEP2019, 584.
- ATLAS, G. Aad et al. (2021), *A search for the dimuon decay of the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector*, Phys. Lett. B 812, 135980 [2007.07830].
- Cornwall, J. M., Jackiw, R. and Tomboulis, *Effective Action for Composite Operators*, Phys. Rev. D10, 2428 (1974).
- CMS, A. M. Sirunyan et al., Phys. Rev. Lett. 120, 231801 (2018), [1804.02610].
- CMS, A. M. Sirunyan et al., Phys. Rev. Lett. 121, 121801 (2018), [1808.08242].
- CMS, A. M. Sirunyan et al., *Evidence for Higgs boson decay to a pair of muons*, JHEP 01, 148 (2021), [2009.04363].
- Dinh Thanh Tam, Dang Thi Minh Hue, Nguyen Tuan Anh (2023), *Phase transition of aligned two Higgs doublets model in the Cornwall – Jakiv- Tomboulis formalism*, Nuclear Science and Technology, Volume 12, Number 4.
- Syuhei Iguro, Teppei Kitahara, Yuji Omura, and Hantian Zhang (2023), *Chasing the two-Higgs doublet model in the di-Higgs boson production*, PHYSICAL REVIEW D 107, 075017. DOI: 10.1103/PhysRevD.107.075017.

Abstract:

RESTORE GOLDSTONE’S THEOREM FOR TWO HIGGS DOUBLETS MODEL

In this paper, Cornwall–Jackiw–Tomboulis formalism is used for researching Two Higgs Doublets Model at two loop approximation. It is found the aligned condition for this model to satisfy Standard Model and prevent the mixing between boson Higgs h and H_0 . Specially, the result shown that the Goldstone theorem is conserved.

Keywords: Cornwall–Jackiw–Tomboulis (CJT), Standard Model (SM), Two Higgs Doublets Model (2HDM), Aligned Two Higgs Doublets Model (A2HDM).

Ngày nhận bài: 19/12/2023

Ngày chấp nhận đăng: 06/02/2024